Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

PREMIER MINISTRE

Commissariat général
à la stratégie
et à la prospective

Département
Développement durable

RAPPORTS
Avril 2014 **& DOCUMENTS**

Calcul du surplus de l'usager

Contribution
David Meunier

Tome 2

Rapport
« L'évaluation socio-économique en période de transition »

Groupe de travail
présidé par Émile Quinet

Sommaire

Calcul du surplus de l'usager

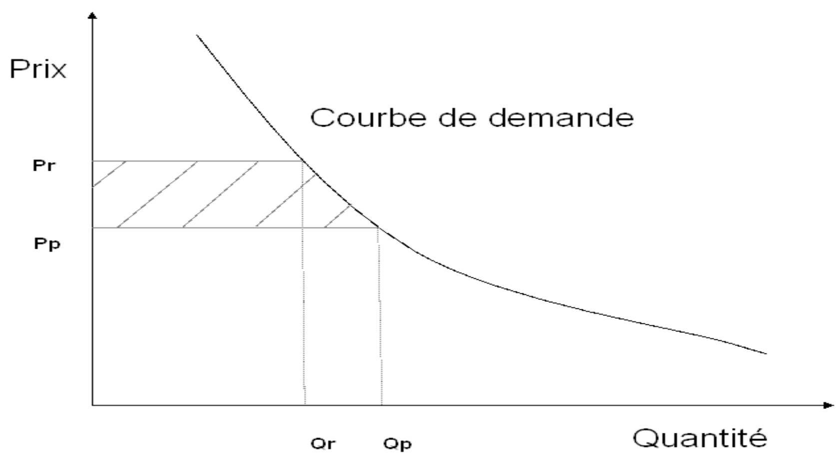
Ce chapitre traite des calculs de surplus de l'usager, part essentielle dans l'évaluation socio-économique des projets. Après une introduction intuitive à ce type de calcul, lisible par un large public, nous poursuivons, à l'attention plus particulière des développeurs et utilisateurs avertis de modèles et logiciels de calcul socio-économique, par la question des deux types de calcul de surplus en l'illustrant par le cas des transports : le calcul de surplus « classique » utilisant les valeurs de référence, tout particulièrement les valeurs du temps, et le calcul de surplus à l'aide des fonctions d'utilité prises en compte par les modèles de trafic. Il est fortement souhaitable de développer cette dernière approche, mais de façon robuste et avec précaution. En effet, la majorité des modèles de trafic actuellement disponibles s'y prêtent peu pour des raisons de conception technique et de modalités d'utilisation pratique (voir chapitre sur les modèles de trafic). Quand il sera possible de procéder aux deux calculs, une comparaison des résultats obtenus s'imposera, en cherchant à expliquer les éventuelles divergences (inadéquation des valeurs du temps de référence pour le cas étudié, imperfections du modèle de trafic, rejet de l'hypothèse de non-linéarité de la fonction de demande, etc.).

Par ailleurs, diverses pistes de recherche sont identifiées sur ce sujet plus complexe qu'il n'y paraît à première vue.

1 Introduction intuitive aux calculs de surplus

Parmi les nombreuses manières d'introduire le surplus de l'usager, la plus simple est de partir des fonctions de demande et de se rattacher à la présentation classique de Jules Dupuit. Dans la présentation la plus simple et la plus générale, on considère la courbe de demande exprimant comment la quantité consommée d'un bien varie en fonction du prix du bien en question, les prix de tous les autres biens, la qualité de tous les biens et le revenu du consommateur restant inchangés. Lorsque le prix du bien en question diminue, de Pr à Pp, il suffit, pour évaluer le surplus du consommateur, de considérer la variation de consommation du bien en cause, celui dont le prix change[1], et le surplus du consommateur est représenté par l'aire hachurée dans le graphique ci-dessous.

Figure 1 : Courbe de demande et visualisation du surplus



(1) En fait les quantités consommées des autres biens varient, mais leur effet sur l'utilité du consommateur est du second ordre.

Dans la représentation graphique ci-dessus, la quantité du bien est représentée en fonction de la seule variation du prix du bien lui-même, mais en fait cette quantité dépend des prix des autres biens, et tout spécialement des prix des biens les plus « proches » substituts ou compléments.

Dans le cas des transports, que nous allons plus particulièrement développer ici comme exemple d'application, les quantités sont les trafics (de l'itinéraire, du mode, de la destination, etc.) et ils dépendent non seulement des prix mais aussi de la qualité de service, généralement représentée par les temps de trajet. Les relations entre ces grandeurs sont fournies par le modèle de trafic qui estime quels sont les trafics (par itinéraire, par mode, etc.) en fonction des prix Pi et des temps de trajet Ti[1], sous la forme :

$Qi=Fi(P_1, P_2, \ldots Pi, \ldots, Pn ; T_1, T_2, \ldots Ti, \ldots .Tn)$ que nous noterons pour simplifier $Qi=Fi(\{Pj\}, \{Tj\})$

Le modèle de trafic décompose la demande totale en un certain nombre de segments afin d'obtenir des comportements suffisamment homogènes à l'intérieur d'un segment et différenciés entre les segments. Un segment correspondra, pour donner un exemple concret, au flux de déplacements pour motif professionnel entre la zone d'emploi A et la zone d'emploi B. Dans ce qui suit, sauf mention contraire, on se placera donc au niveau d'un segment de demande, auquel sont offertes n options pour effectuer son déplacement.

À partir de là, lorsqu'un investissement conduit à une diminution marginale du prix d'une et d'une seule option 1 de P_1 à P_1+dP_1, le calcul du surplus est simple ; la variation de surplus dS est, au premier ordre : $dS= - F_1*dP_1$

Lorsque la variation de prix n'est pas marginale, le surplus s'écrit par intégration, avec les hypothèses habituelles rendant licite cette intégration. En termes techniques, l'hypothèse la plus simple et la plus communément admise consiste à supposer que la fonction d'utilité sous-jacente est quasi-linéaire, c'est-à-dire de la forme $R- p + f(\varphi)$ où R représente le revenu, le prix acquitté et φ l'ensemble des autres paramètres intervenant dans le choix de l'usager. Cette hypothèse permet de s'affranchir des effets-revenu[2]. On obtient une écriture de la forme :

$$\Delta S= - \int F_1*dP_1 \qquad \textbf{(E1)}$$

Pour appliquer (E1) il faut que le modèle de trafic fournisse la courbe $F_1(P_1, \{Pj>1\} ; \{Tj\})$ sur l'ensemble de la plage de variation de P_1[3].

La situation la plus fréquente est que l'investissement change non seulement le prix mais aussi le temps de trajet. Considérons tout d'abord le cas où seul le temps de trajet change, et varie de dT_1.

---

(1) Parfois également en fonction d'autres éléments comme le niveau de confort ou la fiabilité, mais les paramètres essentiels restent la plupart du temps le prix et le temps de parcours.

(2) Généralement, les projets de transport engagent des enjeux monétaires négligeables par rapport au revenu global des usagers. Certains projets très particuliers, ou certaines actions publiques ou politiques, peuvent parfois avoir des effets-revenu non négligeables. Cet aspect n'est pas traité dans la note, le lecteur pourra se référer aux travaux académiques sur ce thème, comme l'article de Daly et al (2008).

(3) Si l'on ne dispose pas des courbes de demande mais uniquement des points de départ (situation sans projet) et d'arrivée (situation avec projet) la moins mauvaise approximation consiste à extrapoler linéairement, ce qui correspond à la « règle du trapèze » ou « règle de la moitié » utilisée classiquement. On aura alors une légère sous-estimation ou surestimation selon que la courbe de demande est plutôt concave ou plutôt convexe.

Cas où seul le temps de trajet est modifié par le projet

Si Ti varie d'une quantité marginale dTi, les prix et les autres Tj restant constants, la fonction de demande devient :

$Fi(\{Pj\} ; T_1, T_2, \ldots Ti+dTi, \ldots .Tn)=Fi(\{Pj\}, \{Tj\})+ (\partial Fi/\partial Ti) *dTi$

Le surplus total, égal à l'aire sous la courbe de demande et au-dessus de l'horizontale de prix Pi=Pr, passe de :

$Sr = \int_{Pi>Pr} Fi*dPi$ à
$Sp = \int_{Pi>Pr} (Fi+(\partial Fi/\partial Ti) *dTi)*dPi$

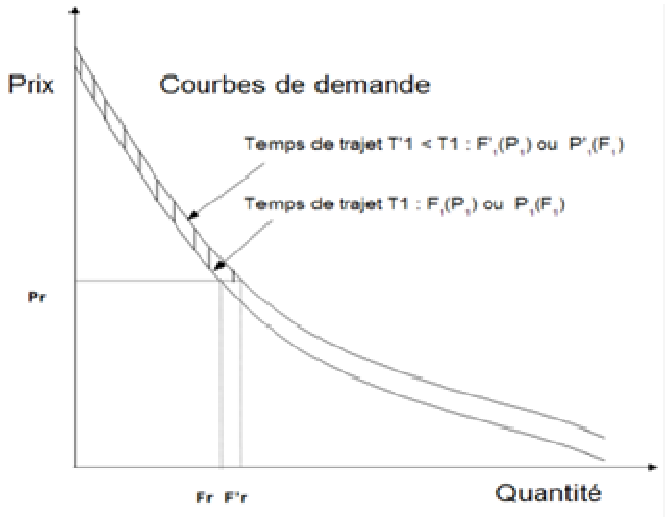
Il varie de :

$dS=\int_{Pi>Pr} (\partial Fi/\partial Ti) *dTi *dPi$

Si la diminution de temps de trajet n'est pas marginale, la variation de surplus est :

$\Delta S = \int_{Pi>Pr} (\int(\partial Fi/\partial Ti)*dTi)*dPi = \int_{Pi>Pr} (Fi(\{Pj\} ; \{T_{j<i}\}, Ti+DTi, \{T_{j>i}\}) - Fi(\{Pj\},\{Tj\})) *dPi$

Figure 2 : Courbe de demande et visualisation de la variation de surplus quand le prix reste fixe et le temps de transport change

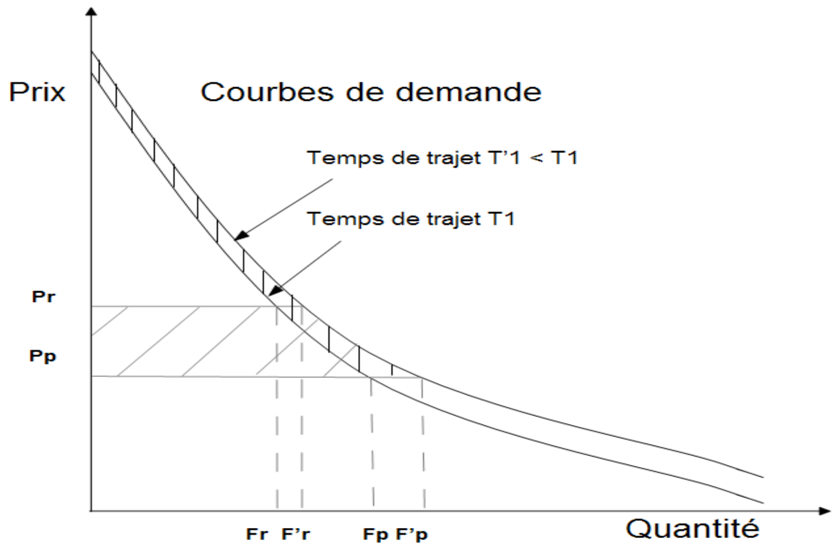


Cas où prix et temps de trajet sont modifiés par le projet

Variation conjointe du prix et du temps de transport :

si le prix diminue de Pr à Pp et le temps de transport de T_1 à T'_1, on peut combiner les deux effets selon le principe représenté par la surface hachurée dans la figure 3.

Figure 3 : Courbe de demande et visualisation de la variation de surplus quand le prix et le temps de transport changent



<u>Cas particulier des coûts généralisés simples</u>

Supposons pour simplifier que les temps de trajet interviennent dans le choix des usagers sous la forme d’un coût généralisé de transport (CG), avec une valeur du temps h unique et constante.

Alors les fonctions de demande s’écrivent : Qi = Hi({Pj+h*Tj}) = Hi({CGj}) et ce coût généralisé peut être alors représenté en ordonnées dans une figure similaire à la figure 1. Le surplus en cas de variation du temps de trajet ou, plus généralement, de variation simultanée du prix et du temps de trajet de l’option 1 s’écrit :

$$\Delta S = - \int H_1 * dCG_1 \qquad \textbf{(E2)}$$

De fait, dans ce cas, la fonction de coût généralisé CG1 est la même pour tous les individus du segment, et ce coût généralisé peut être alors représenté en ordonnées dans une figure similaire à la figure 1.

Là encore, pour appliquer **(E2)** il faut que le modèle de trafic soit en mesure de fournir la courbe H1(CG1, $\{CG_{j>1}\}$) sur l'ensemble de la plage de variation de CG1.

Externalités entre usagers
Cas où le temps de trajet varie en fonction du niveau de trafic

Jusqu'ici on a considéré que le temps de trajet (ou dans le cas plus général la qualité de service) était une variable exogène. Mais ce temps peut varier en fonction du niveau de trafic sur certaines parties du réseau empruntées par le segment de demande analysé.

Considérons donc le cas où le temps de trajet évolue uniquement en fonction du niveau de trafic[1] : $T_1 = \Theta(F_1)$. Il convient de prendre en compte la variation d'utilité correspondante; ainsi quand le trafic passe de F_1 à F_1+dF_1, pour chaque usager du segment (dont l'utilité est représentée par $U(P_1, T_1)$) :
$dU_{temps} = (\partial U/\partial T_1)*(dT_1/dF_1)*dF_1$

Cette correction correspond au fait que si tout nouvel arrivant prend en compte, dans son choix individuel, son propre temps de parcours et l'éventuelle congestion qu'il rencontre, il ne tient pas compte pour autant de l'externalité qu'il crée sur les autres usagers.
Autrement dit, à prix fixés et temps de trajet (hors T_1) fixés, si quelques usagers supplémentaires arrivent sur i, les usagers initiaux conservent « presque tous » le choix i = 1[2] et subissent l'externalité liée à l'augmentation de trafic[3].
Pour le mode routier, les modèles de trafic utilisent généralement des courbes débit-vitesse qui permettent de relier niveau(x) de trafic et temps de parcours. En modélisant de façon suffisamment fine les flux, ils arrivent à capter des effets indirects souvent complexes, en reproduisant un équilibre final résultant de multiples effets conjugués (par exemple, un segment de demande qui, si le projet est réalisé, diminue son trafic sur un tronçon, peut rendre plus intéressant le temps de parcours sur ce tronçon et rendre en retour ce tronçon plus attractif pour d'autres segments).

Cas particulier des coûts généralisés simples :

En pratique, si la fonction d'utilité est un coût généralisé linéaire tel qu'indiqué plus haut, on calcule la variation des temps de parcours totaux en la valorisant avec le coefficient h, qui correspond dans ce cas à ($-\partial U/\partial Ti$) :
$dU_{temps\ pour\ le\ segment} = -h\, dT_1\, F_1 = -h\, (d\Theta/dF_1)\, dF_1\, F_1$

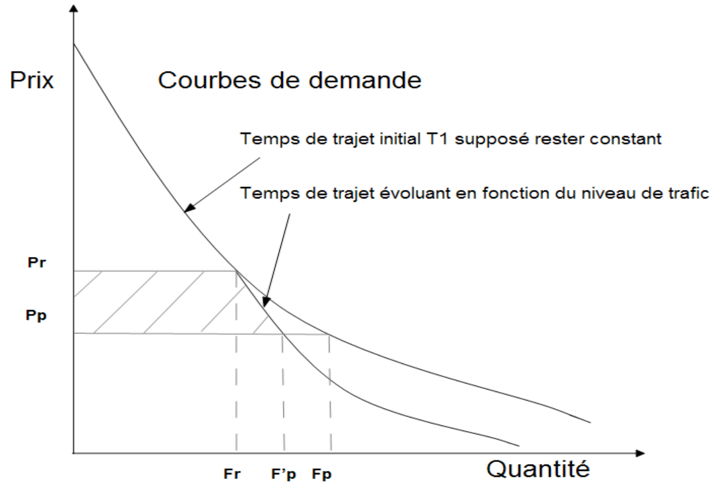
et si la variation de trafic n'est pas marginale :
$\mathbf{\Delta S = -h * \int_{F1\ à\ F'1} (d\Theta/dF_1)\, F_1\, dF_1}$ **(E3)**

Si le projet à évaluer combine une variation de prix et des externalités entre usagers, le modèle de trafic doit être capable d'estimer la relation qui fait correspondre à chaque niveau de prix P_1 le trafic F_1 et le temps T_1 résultants. On doit alors tenir compte conjointement de l'effet sur la composante « temps » du coût généralisé via **(E3)** et de l'effet sur la composante « prix » du coût généralisé via **(E1)**[4].

Autres cas : Quand h varie (cas des modèles prix-temps, par exemple) le calcul est plus complexe. On peut procéder de façon similaire en utilisant la loi de distribution des valeurs de h et les valeurs de h qui rendent indifférent entre choisir l'option1i et choisir une autre option (voir plus loin).
Pour des fonctions d'utilité moins simples mais de la forme séparable – p + f(T) il est possible d'utiliser des méthodes similaires.

(1) Plus généralement, les trafics influençant le temps de parcours peuvent provenir également d'autres segments de trafic Gj ; par exemple le temps de parcours en voiture peut dépendre du trafic de poids lourds sur un des tronçons empruntés.
(2) Sauf s'ils étaient indifférents entre i=1 et une autre option k et basculent alors sur l'option k, mais cela est bien pris en compte dans la courbe de demande, qui représente le solde net des entrées et sorties de l'option 1.
(3) Cette externalité est très souvent une externalité de congestion, négative. Elle peut cependant dans certains cas être positive, en fonction du contexte étudié et des hypothèses utilisées. Par exemple, pour un projet de transport en commun en site propre, si l'on suppose que l'opérateur ajuste le nombre de véhicules en fonction du trafic pour conserver un taux d'occupation constant, une augmentation du trafic peut se traduire par une augmentation de fréquence et une diminution du temps d'attente. Bien entendu, cela a un coût pour l'opérateur, qu'il convient de prendre en compte par ailleurs dans l'évaluation (cf. la dernière partie de cette note).
(4) La formulation (E2) reste valable à partir du moment où l'on utilise les trajectoires correctes pour les trafics et temps de trajet, le choix de l'une ou l'autre méthode dépendant essentiellement de considérations pratiques.

Figure 4 : Courbes de demande quand le prix baisse de Pr à Pp et le temps de transport varie en fonction du trafic



2 L'approche par les fonctions d'utilité utilisées dans les modèles de trafic

Cette partie vise à fournir aux développeurs de modèles et logiciels de calcul socio-économique des points de repère et pistes pour mieux structurer et rendre plus robustes et plus transparentes les modalités de calcul des surplus. Il s'avère en effet que l'application pratique des principes généraux de calcul des surplus passe par des applications particulières à chaque modèle, en fonction de ses bases de conception, des types de données utilisées et variables simulées, des algorithmes utilisés ou des types de projets traités. La mise au point ou à tout le moins la vérification de modalités adaptées à chaque modèle, avec le regard extérieur d'économistes, et la fourniture d'informations sur les modalités choisies (cf. la fiche descriptive des modèles dans le chapitre du tome 2 sur les modèles de trafic), sont de nature à renforcer la qualité et la transparence des outils utilisés dans les évaluations de projets. Comme toujours, le choix des modalités retenues sera fonction des possibilités techniques, qui dépendent entre autres de la combinatoire des segments de demande et des options de transport (ex : itinéraires), de la qualité de la représentation des trafics, et de la cohérence des calculs économiques. Nous cherchons ici à renforcer la prise en compte de ce dernier item dans la conception, la réalisation et l'utilisation des outils d'évaluation.

Dans la mesure où l'on utilise un modèle de choix discret pour estimer les trafics et l'impact du projet sur ces derniers, chaque individu est supposé valoriser chaque option par une utilité Ui qui peut dépendre de Pi et de Ti (cette utilité est supposée indépendante des autres choix et de leurs paramètres) ; cette formalisation couvre également l'absence de déplacement (représenté par exemple par l'indice 0 avec $T_0 = 0$). La fonction d'utilité peut avoir une forme simple, comme les coûts généralisés vus plus haut, ou des formes plus complexes.

Nous avons vu plus haut que, quand les effets du projet restent marginaux, des calculs relativement simples sont possibles. Sinon, des problèmes d'agrégation (dépendance des trajectoires suivies) ou d'interdépendance entre variables peuvent se poser, qui rendent le calcul plus difficile voire problématique.

Fort heureusement, certaines formes de fonctions d'utilité[1], si elles sont utilisées de façon cohérente sur l'ensemble des étapes du modèle de trafic, peuvent donner lieu à des formules de calcul explicites de la variation d'utilité globale des usagers entre deux situations caractérisées par des paramètres différents, même si les effets ne sont pas marginaux. Dans ce cas favorable, le calcul reste aisé à faire techniquement.

C'est le cas par exemple des fonctions d'utilité dont le terme aléatoire est distribué selon une loi de Gumbel (double exponentielle), utilisées dans les modèles de type logit (pour lesquels la probabilité de choix d'une option est proportionnelle à l'exponentielle de son espérance d'utilité). Le surplus a alors une écriture explicite de type logsum (logarithme d'une somme d'exponentielles ; cf. DeJong et al 2007 par exemple).

Des généralisations de la formule du logsum pour des familles de fonctions d'utilité plus larges utilisées dans les modèles ARUM (à utilité aléatoire additive[2]) ont été calculées (voir notamment de Palma et Kilani, 2011).

Un autre cas favorable est celui où le modèle de trafic est capable d'identifier chaque individu (ou chaque petit groupe d'individus qui adopte systématiquement le même comportement) ainsi que son utilité initiale et son utilité finale : on somme alors les variations d'utilité individuelles pour obtenir la variation d'utilité globale des usagers.

Très souvent cependant, le modèle de trafic ne se présentera pas dans ces cas favorables, pour diverses raisons (fonctions d'utilité variant selon les étapes du modèle, induction de trafic estimée à part, ….) : on devra alors faire des approximations, de façon réfléchie afin de définir une procédure de calcul adaptée qui n'introduise pas de biais dans l'estimation finale de la variation de surplus des usagers.

Ce sujet est complexe, nous allons tenter ici de fournir quelques pistes pour aider à définir, en fonction des caractéristiques d'un modèle donné, une méthode de calcul de surplus adaptée.

Chaque individu est supposé choisir l'option qui lui donne l'utilité maximale.

Raisonnons maintenant pour une option i quelconque :

- quand les paramètres des autres options ne changent pas, pour tout individu, leurs utilités demeurent fixes (uj= constante pour j différent de i); regardons ce qui se passe quand les paramètres relatifs à i varient ;
- pour tout individu :
    - soit il avait choisi i au début pour son utilité ui et il maintiendra ce choix tant que ui n'aura pas diminué assez pour que l'individu bascule sur une autre option j (s'il ne bascule pas sa variation d'utilité est égale à la variation des ui; sinon, elle est égale à la différence entre uj et la valeur initiale de ui) ;
    - soit il avait choisi au début une option j autre que i, et il maintiendra ce choix tant que ui n'aura pas augmenté assez pour que l'individu bascule sur l'option i (s'il ne bascule pas sa variation d'utilité est nulle; sinon, elle est égale à la différence entre la valeur finale de ui et uj).

(1) C'est le cas par exemple des fonctions d'utilité dont le terme aléatoire est distribué selon une loi de Gumbel, utilisées dans les modèles de type logit ; le surplus a une écriture explicite de type logsum (cf. DeJong et al 2007 par exemple).

(2) C'est-à-dire de la forme $u = v + \varepsilon$ où ε est un terme aléatoire additif dont la fonction de distribution vérifie certaines conditions techniques.

Au total, quand seuls les paramètres d'une option i changent : p**our les individus ayant conservé le choix i pendant tout le processus, leur variation d'utilité correspondra à leur variation totale de ui ; pour ceux qui prennent ou abandonnent ce choix de i au cours du déroulement des variations des paramètres de i, leur variation d'utilité correspondra à la variation de ui pendant la phase où ils auront adopté cette option i.**

On peut itérer ce raisonnement en considérant ensuite une seconde option k dont les paramètres peuvent varier, les échanges éventuels entre k et une option différente de i sont traités de la même manière que précédemment, et les échanges éventuels entre k et i correspondent à une variation de l'utilité ui pendant le temps où l'option i est choisie et une variation de l'utilité uk pendant le temps où c'est k qui est choisie. On peut alors généraliser le constat ci-dessus : quand les paramètres de plusieurs options changent : p**our les individus ayant conservé le même choix i pendant tout le processus, leur variation d'utilité correspondra à leur variation totale de ui ; pour ceux qui changent de choix au cours du déroulement des variations des paramètres, leur variation d'utilité correspondra à la variation de chaque u_h pendant la phase où ils auront adopté l'option h.**

On peut donc tenter d'utiliser l'information disponible dans le modèle sur les changements de comportement, pour en déduire des informations sur les variations d'utilité. Le modèle pourra par exemple produire des informations sur les conditions dans lesquelles tel type d'usager changera d'option, ou sur le nombre d'usagers qui basculera d'une option i sur une option k entre la situation initiale et la situation finale.

Le traitement de quelques cas particuliers est présenté ci-dessous. La question de la variation conjointe de plusieurs paramètres, dans un cadre plus général, est évoquée au 4).

Quelques cas particuliers

- cas particulier 1 : quand la fonction d'utilité correspond à un coût généralisé (en fait, est égale à l'opposé d'un coût généralisé) dont les paramètres sont communs à tous les individus, on obtient une formule de variation de surplus donnant un résultat identique à (E2). Et quand une autre option voit ses paramètres varier, on peut appliquer le raisonnement précédent : la variation d'utilité est encore obtenue en intégrant sur chacun des 2 diagrammes en (CG, H) correspondant aux 2 options concernées ;
- cas particulier 2 : quand les performances (paramètres Ti) des options restent fixes et que seuls leurs prix changent, si les fonctions d'utilité sont quasi-linéaires (ie de la forme -p +f(T)) alors la variation d'utilité d'un individu correspondra à la variation du prix pj de l'option j qu'il choisit, tant que son choix d'option demeure inchangé, et le surplus global sera donné par la formule (E1) appliquée et sommée sur toutes les options ;
- cas particulier 3 : quand les fonctions d'utilité d'un segment de demande pour chaque option i sont données par une fonction d'utilité « moyenne » à laquelle s'ajoute un terme aléatoire, connu à travers une loi de distribution et supposé rester inchangé au cours du temps pour un individu donné[1] (sa valeur pour un individu donné résulte du tirage aléatoire selon la loi de distribution et reste attachée à cet individu) alors d'après le raisonnement général ci-dessus, comme on n'a besoin de calculer que des différences d'utilité relatives à une même option i, le terme aléatoire propre à chaque individu disparaît et ne reste à calculer que la variation d'utilité « moyenne » commune à tous les individus du segment ;
- cas particulier 4 : quand la fonction d'utilité comporte des termes communs à tous les usagers du segment et un paramètre aléatoire (cas 3 ci-dessus ou cas des modèles prix-temps par exemple) la connaissance de la fonction de distribution de ce paramètre aléatoire permet d'obtenir des informations sur la gamme de valeurs du terme aléatoire correspondant à chaque changement d'option (valeurs de paramètre rendant indifférent entre 2 options), et, par conséquent, sur la distribution des variations d'utilité des sous-populations correspondant à chaque comportement (on est alors ramené à des calculs d'espérances conditionnelles) ;
- cas particulier 5 : le trafic induit (on désignera ici par ce terme les usagers qui basculent de l'option 0, donc qui ne se déplacent pas en situation sans projet, vers une option i>0, donc qui se déplacent en présence du projet) : les modèles estiment en général que l'utilité de l'option 0 demeure constante. On peut alors approximer la variation d'utilité du trafic induit par la moitié de la variation d'utilité que l'usager aurait obtenu s'il avait choisi l'option i en situation initiale et l'avait conservée en situation finale. Si le modèle ne fournit que le total de trafic induit obtenu en situation finale, il n'est guère possible d'affiner cette approximation. Si par contre le modèle fournit la courbe d'évolution du trafic induit sur l'option i en fonction du niveau d'utilité ui, alors le calcul peut être plus précis, en pondérant chaque écart entre utilité u_i^e d'entrée de l'usager induit dans l'option i et son utilité u_i^f finale, par le trafic induit marginal entrant à ce niveau u_i^e.

Une attention particulière doit être accordée au cas des projets offrant une option de transport entièrement nouvelle, par opposition à l'amélioration des performances (prix, temps de trajet, …) d'une option préalablement existante. En effet, les calculs de variation d'utilité seront en général très sensibles à la forme et la précision de la partie haute de la courbe de demande inverse (trafics estimés pour de fortes valeurs du prix de l'option nouvelle). Il serait donc souhaitable d'estimer cette imprécision, voire dans certains cas de tronquer la courbe de demande inverse pour éviter d'introduire un biais technique.

(1) C'est le cas notamment des modèles logit.

3 L'utilisation des valeurs de référence pour le calcul de surplus

Les valeurs de référence fournies pour la valeur du temps (confort et fiabilité également) fournissent une version simplifiée et approximative, de la fonction d'utilité des usagers, qui s'exprime sous forme de coût généralisé quand on y ajoute les coûts monétaires pour l'usager.
On applique alors les principes ci-dessus.

La principale difficulté consiste à bien choisir la valeur du temps prise en compte pour valoriser la congestion.

Pour chaque option i, on utilisera la valeur du temps modale de l'option i pour valoriser les variations de coût généralisé de référence des usagers qui conservent l'option i entre la situation initiale et la situation finale.

Rappelons que si l'on ne dispose pas des courbes de demande mais uniquement des points de départ (situation sans projet) et d'arrivée (situation avec projet) la moins mauvaise approximation quand on ne dispose pas d'information particulière consiste à extrapoler linéairement, ce qui correspond à la « règle du trapèze » ou « règle de la moitié » utilisée classiquement. On aura alors une légère sous-estimation ou surestimation selon que la courbe de demande est plutôt concave ou plutôt convexe.

3.1 En l'absence d'information sur les transferts entre options

On supposera que les usagers conservant l'option i correspondent au minimum des trafics de l'option i estimés en situations initiale et finale. Pour le reste de la courbe de demande, la question peut se poser du choix de la valeur de référence : intuitivement, un usager transféré de la route sur le rail (ou l'inverse) a des chances d'avoir une valeur du temps intermédiaire entre celles de ces deux modes. Mais si l'on ne connaît pas la nature et la répartition de ces transferts on ne saura pas comment procéder à ce calcul. On pourrait alors être tenté d'utiliser la valeur du temps « tous modes » correspondant à la gamme de distances de l'origine-destination du segment considéré. Ce faisant, tout usager transféré serait compté à la même valeur sur la part de la variation de surplus qu'il réalise dans chacun des deux modes. Mais on risquerait alors d'introduire un biais systématique, a priori positif en faveur des projets des modes à valeur du temps faible, et négatif pour ceux des modes à valeur forte. En outre, la courbe de demande peut comporter du trafic induit, correspondant donc à de nouveaux déplacements, pour lesquels c'est probablement une valeur de temps voisine de celle du mode choisi qui serait plus adaptée qu'une valeur « tous modes ». Aussi, faute de mieux, il est préconisé de conserver pour valeur du temps la valeur modale de l'option i, pour le reste de la courbe de demande.

3.2 Si l'on peut identifier les transferts entre options

On pourra alors estimer plus précisément le trafic qui conserve l'option i, et avoir des informations supplémentaires sur les ordres de grandeur des valeurs du temps des usagers qui basculent de i sur k (ou l'inverse). Faute d'autres éléments, on utilisera la moyenne des valeurs modales des options i et k pour valoriser les variations de coût généralisé de référence des échanges entre i et k. Pour le trafic induit qui s'exprime sur l'option i, on utilisera la valeur modale de l'option i.

Il faut cependant noter une difficulté éventuelle : dans les décisions de transfert entre options, les usagers prennent en compte des informations non contenues dans un simple coût généralisé.

Les modèles de trafic utilisent ainsi des paramètres pour capter ces effets, souvent sous la forme de constantes modales par exemple. Si ces constantes modales s'avèrent avoir un rôle important, le calcul de surplus effectué avec le coût généralisé pourra parfois poser des problèmes, qu'il conviendra alors d'analyser (par exemple, pour un transfert d'usagers entre i et k, à partir d'une estimation du poids du différentiel des constantes modales de i et k par rapport au résultat du calcul de coût généralisé de référence).

Comme pour les valeurs de surplus estimées à partir des fonctions d'utilité des modèles, des recherches seraient à mener pour affiner ces méthodes de valorisation avec les coûts généralisés de référence[1].

4 Développements : surplus fourni par le modèle dans un cas plus général et surplus collectif agrégé

4.1 Variation des paramètres de plusieurs options pour un calcul avec les fonctions d'utilité du modèle de trafic

Si le changement de valeur de paramètres ne concerne pas une seule mais plusieurs options, par exemple deux modes ou deux itinéraires dont les prix et les temps de trajet changent simultanément, la situation est plus compliquée dans le cas général. On l’explorera en considérant le cas où la combinaison du prix et du temps intervient sous la forme du coût généralisé (des extensions lorsque le temps n’intervient pas sous forme de coût généralisé seraient envisageables dans la ligne de ce qui est présenté dans l’encadré 1). Supposons par exemple que les options 1 et 2 voient leurs coûts généralisés changer. Il serait alors assez intuitif de mesurer le surplus total des consommateurs par l’expression :

$dS = H1*dCG1+H2*dCG2$ **(E4)**

Cette formule n’est valable que si les variations de coûts généralisés sont marginales et n’entraînent que des variations marginales des trafics H1 et H2. C’est rarement le cas, car en général les variations des trafics H1 et H2 ne sont pas du second ordre. Il est alors tentant d’exprimer la variation de surplus sous la forme :

$\Delta S = \int H1*dCG1+ \int H2*dCG2$

Mais cette intégrale n’a pas de sens, dans la mesure où elle ne peut se calculer indépendamment du cheminement qui fait passer des coûts généralisés initiaux aux coûts généralisés finaux, sauf si on a la condition classique :

$(\partial H1/\partial CG2)= (\partial H2/\partial CG1)$

Cette condition est remplie si le modèle de trafic est fondé sur une fonction d’utilité représentative du comportement des usagers qui est suivie tout au long de ses différentes étapes. Alors, selon les résultats bien connus de l’analyse micro-économique, les fonctions de demande

(1) Ainsi, la valeur du temps de référence pour chaque mode correspond en quelque sorte à une valeur moyenne issue des conditions de concurrence moyennes entre les modes, à l'échelle de l'ensemble des réseaux. À l'échelle des projets, le modèle de trafic, qui représente les conditions de concurrence entre les options, peut éventuellement permettre d'affiner, par exemple, la valeur du temps pour les usagers échangés entre modes (plutôt que prendre une moyenne simple entre les valeurs modales de référence, utiliser une moyenne pondérée différemment grâce aux informations issues du modèle sur les niveaux de concurrence). Cependant, tant que des travaux de recherche n'auront pas validé des méthodes plus précises, il conviendra d'utiliser des moyennes simples.

sont les dérivées partielles de la fonction d'utilité, la variation de surplus mesure la variation d'utilité et peut s'exprimer sous la forme :

$\Delta S = \int_{\text{de CG1 à CG1+DCG1}} H1(cg1, CG2)*dcg1 + \int_{\text{de CG2 à CG2+DCG2}} H2(CG1+DCG1, cg2)*dcg2$ **(E5)**

Lorsqu'il n'en est pas ainsi il est facile de montrer en quoi le résultat dépend du cheminement, comme le montre l'encadré joint sur un exemple.

Conditions de dépendance du surplus à l'égard du cheminement

Prenons l'exemple de fonctions de demande linéaires :
H1=E11*CG1+E12*CG2+t1
H2=E21*CG1+E22*CG2+t2
Si CG1 varie de dCG1 et CG2 de dCG2, on a :
dS = H1*dCG1+H2*dCG2
= t1*dCG1+t2*dCG2+(E11*CG1+E12*CG2)*dCG1+ (E21*CG1+E22*CG2)*dCG2
= t1*dCG1+t2*dCG2+ E11*CG1*dCG1 +E22*CG2*dCG2+[E12*CG2*dCG1+E21*CG1*dCG2]

Si on cherche à calculer l'intégrale de cette expression lorsque CG1 et CG2 varient de leur valeur initiale à leur valeur finale, on n'a pas de mal à le faire pour les termes situés dans la première accolade de l'expression ci-dessus ; mais il n'en va pas de même pour les termes en grisé, qu'on ne peut calculer que si E12=E21.

Si cette condition n'est pas remplie, le résultat dépend du chemin. Pour le voir, prenons deux chemins simples, chacun en deux étapes. Dans le premier, on commence par faire varier CG1 de sa valeur initiale à sa valeur finale, CG2 restant constant et maintenu à sa valeur initiale, puis on fait varier CG2 de sa valeur initiale à sa valeur finale, CG1 étant maintenu à sa valeur finale. Pour le terme en grisé, la première étape conduit à : E12*CG2*ΔCG1. La seconde conduit à : E21*(CG1+ ΔCG1)* ΔCG2. Soit au total :
E12*CG2*ΔCG1+ E21*(CG1+ ΔCG1)* ΔCG2
= E12*CG2*ΔCG1+ E21*CG1* ΔCG2+E21* ΔCG1* ΔCG2 **(E6)**

Si on définit l'autre chemin par interversion des étapes, c'est-à-dire qu'on commence par faire varier CG2, CG1 restant constant, puis CG1, CG2 restant constant à sa valeur finale, on voit qu'on obtient une expression analogue à la précédente, obtenue à partir d'elle en intervertissant les indices 1 et 2. Tous les termes sont les mêmes sauf le dernier, qui est dans le premier chemin : E21* ΔCG1* ΔCG2, et dans le second : E12* ΔCG2* ΔCG1. Ces deux termes ne sont égaux que si : E12=E21.

D'où la procédure proposée pour le calcul avec un modèle, dans ce cas plus complexe :

- D'abord analyser la structure du modèle de trafic pour diagnostiquer s'il correspond bien à l'utilisation, à travers toutes ses étapes, d'une fonction d'utilité « canonique ».
- Contrôler les résultats de ce diagnostic en vérifiant si quelques dérivées croisées sont ou non égales.
- Si c'est le cas on peut calculer le surplus en intégrant l'expression (E4) ; on peut par exemple le faire en décomposant le changement total en deux étapes telles que celles utilisées dans l'encadré : on fait le changement sur l'option 1, l'option 2 n'étant pas changée, puis à partir de là on fait le changement sur l'option 2, l'option 1 étant portée à sa valeur finale. On obtient alors la formule (E5). Tout chemin doit normalement donner le même résultat. Si les fonctions de demande sont linéaires, on peut utiliser la formule (E6)[1].
- Si on ne peut pas faire l'hypothèse que le modèle de trafic dérive d'une fonction d'utilité (par sa structure ou parce que les dérivées croisées sont trop différentes), on calculera le

(1) Dans la mesure où il n'y a pas plus de deux options en présence, car nous nous situons dans des modèles de choix discret (cf Jaffe et Weyl 2010).

surplus total en utilisant deux chemins du type de ceux décrits plus haut (formule (E5) dans le cas de fonctions de demande quelconques, formule (E6) dans le cas de fonctions de demande linéaires) et on fera la moyenne des résultats, dont la différence donnera une idée de l'imprécision de la démarche.

Dans la pratique, de telles approches sont envisageables quand le nombre d'options reste faible. Quand le nombre d'options est élevé, mais que l'on dispose d'informations sur les utilités des sous-populations d'usagers selon leurs choix d'option entre la situation initiale et la situation finale, on pourra utiliser des raisonnements similaires à ceux évoqués dans la partie 3).

Quelle que soit la méthode, quand la conception du modèle et ses choix de fonctions d'utilités ne permettent pas de disposer d'une formule explicite complète (cf introduction de la partie 2), on est amené à segmenter le calcul. Les modalités de segmentation évoquées dans cette note sont surtout liées à la (sous-)segmentation de la demande à partir des matrices origine-destination. Certains modèles segmentent différemment le calcul, selon les tronçons constituant les réseaux. Ces deux approches présentent des avantages et inconvénients spécifiques qui sont par exemple discutés dans Van't Riet (2011), et peuvent dépendre de la nature des projets à évaluer[1].

(1) L'approche par les tronçons pose des problèmes particuliers quand de nouveaux itinéraires sont créés, par ex.

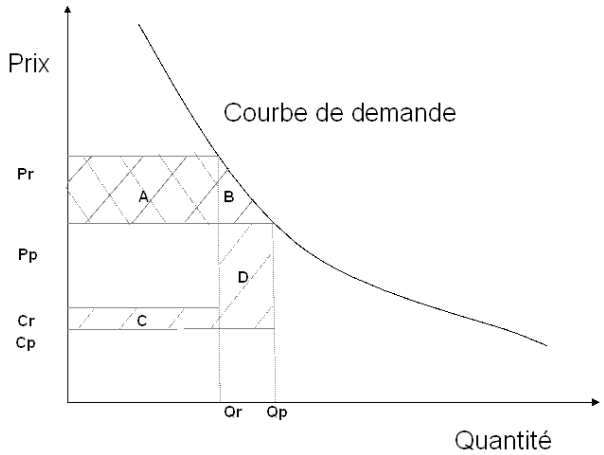
4.2 Surplus des usagers et surplus collectif agrégé

Commentaire sur le passage du calcul de surplus de l'usager au calcul de surplus collectif

En général, une grande partie de la variation de surplus de l'usager correspond à une variation opposée du surplus du producteur du service de transport (il s'agit des transferts financiers directs entre usagers et producteurs de transport). Hors effets de congestion, ce qui est important en valeur agrégée correspond alors, d'un côté, à la variation de surplus des usagers transférés ou induits et, de l'autre côté, à la variation de profit du producteur, qui combine les effets de la variation de ses coûts de production et (voir chapitre sur la concurrence imparfaite) et de la variation de ses marges.

La variation du surplus collectif repose donc sur la bonne représentation, d'un côté, des basculements de choix entre les options offertes et, de l'autre côté, sur la bonne représentation des coûts (et le cas échéant de la concurrence imparfaite) ; il convient également bien entendu d'y ajouter les variations d'externalités.

Figure 5 : représentation des variations de surplus des usagers et de profit du producteur de transport en concurrence imparfaite (prix non égal au coût marginal)



Source : travaux de la commission

Le coût marginal de production est supposé constant pour simplifier, il est de Cr dans la situation initiale et de Cp dans la situation finale.

La variation de surplus des usagers correspond à la somme des aires A et B.

La variation pour l'opérateur correspond à la somme des aires C (amélioration de la marge sur le trafic initial) et D (marge sur le nouveau trafic), diminuée de l'aire A (perte de marge sur le trafic initial).

La variation globale pour usagers et opérateur correspond à la somme des aires B, C, D.

Ces commentaires montrent que le champ des recherches sur les modalités de calcul des surplus, déjà fort riche pour le surplus des usagers, l'est également au niveau du surplus collectif, et que les aspects concurrentiels peuvent y avoir une place déterminante.

En conclusion, les développements présentés ici sur les modalités de calcul de surplus visent à fournir des pistes d'approfondissement pour améliorer le calcul des surplus. Ils devraient susciter des analyses plus approfondies sur ce domaine qui est à la limite entre la recherche et l'application, notamment dans la conception des modèles de trafic et des modules de calcul socio-économique.

Bibliographie

Anas, A. (2007). A unified theory of consumption, travel and trip chaining, Journal of Urban Economics 62 , p.162–186.

Daly A., De Jong G., Ibañez N., Batley R. and De Bok M. (2008). Welfare measures from discrete choice models in the presence of income effect. Paper for the European Transport Conference.

De Jong, G., Daly A., Pieters M. et van der Hoorn T. (2007). The logsum as an evaluation measure: Review of the literature and new results. Transportation Research Part A : Policy and practice 41/9, p.874–889.

De Palma, A. et Kilani, K. (2011). Transition choice probabilities and welfare analysis in additive random utility models. Economic Theory 46, p.427-454

De Palma A., Lindsey R., Quinet E. et Vickerman R. (2011). *A handbook of transport economics.* Edward Elgar Publishing.

Jaffe S. et Weyl, E.G. (2010). Linear demand systems are inconsistent with discret choice. The B.E. Journal of Theoretical Economics 10/1, p.1-8.

Kidokoro, Y. (2004). Cost-benefit analysis for transport networks : theory and applications. Journal of Transport Economics and Policy 38/2, p.275-307.

McFadden, D. (1981) Econometric models of probabilistic choice. In Manski, C. and McFadden, D. (eds) *Structural Analysis of Discrete Data: With Econometric Applications*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Small, K. A. et Rosen, H. S. (1981). Applied welfare economics with discrete choice.models. Econometrica 49, p. 105-130.

Van't Riet M . (2011). The link approach to measuring consumer surplus in transport networks. CPB Discussion Paper 199.

Willig R. (1976). Consumer's surplus without apology. The American Economic Review 66/4, p.589-497.